Determinantes Fiscales y de Gestión Social de la Pobreza Multidimensional: Un Análisis Municipal para Colombia

JUAN GARCIA ANGHELY PEREZ
JESUS VIZCAINO
Estudiantes de la facultad de ciencias empresariales y económicas

11 de noviembre de 2025

Resumen

El presente estudio analiza los determinantes de la Pobreza Multidimensional (IPM) en Colombia a nivel municipal. El objetivo principal es evaluar cómo la capacidad fiscal y los indicadores de resultado social influyen en la incidencia de la pobreza. Mediante un modelo de regresión lineal estimado por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), se examina la relación entre el IPM (variable dependiente) y tres variables explicativas principales: (1) los ingresos tributarios y no tributarios municipales, (2) la cobertura neta en educación y (3) la tasa de mortalidad infantil.

El análisis se realizó con un corte transversal que incluye información de 1.101 municipios para el año 2016-2023, utilizando datos del Departamento Nacional de Planeación (DNP) y del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

Los resultados evidencian que las variables de resultado social (como la cobertura en educación y la tasa de mortalidad infantil) presentan una alta significancia estadística y explican en gran medida la variación del IPM. En contraste, los ingresos tributarios y no tributarios muestran una relación menos significativa con la pobreza multidimensional, lo que sugiere que la capacidad fiscal, por sí sola, no garantiza mejoras sustanciales en las condiciones de vida de la población sin una adecuada focalización del gasto público y una gestión eficiente de los recursos municipales.

Palabras clave: Pobreza Multidimensional (IPM), Inversión Social, Gasto Público Social, Finanzas Públicas Municipales, Descentralización Fiscal

1. Introducción

Cada año, miles de millones de pesos son transferidos desde la nación a los municipios colombianos con un objetivo claro: cerrar brechas sociales y mejorar la calidad de vida. Este diseño de descentralización asume que los gobiernos locales, al estar más cerca del ciudadano, saben mejor cómo y dónde invertir. Pero ¿es cierta esta premisa?

Mientras algunos municipios logran transformar sus ingresos públicos en avances tangibles en educación y salud, otros parecen estancados, con altos índices de PobrePobreza Multidimensional (IPM) a pesar de contar con recursos. Esta disparidad sugiere que ni los ingresos por sí solos, ni siquiera la inversión social en el papel, garantizan el éxito.

Este trabajo se sumerge en el corazón de ese problema. Utilizando un análisis de regresión con datos a nivel municipal, se busca determinar el impacto real y estadísticamente significativo que tienen los ingresos públicos y la inversión social (en salud y educación) sobre la reducción de la Pobreza Multidimensional. El objetivo es simple: descubrir qué funciona y qué no en la lucha contra la pobreza desde el nivel local.

2. Objetivo General

Analizar el impacto econométrico de los ingresos públicos y la inversión social municipal sobre la reducción del Índice de PM) en Colombia, para el periodo 2016-2023 de estudio.

3. Marco Teórico

Pobreza Multidimensional: Más Allá del Ingreso

El Índice de Pobreza Multidimensional (IPM) representa un avance conceptual al definir la pobreza no solo como la insuficiencia de ingresos, sino como un conjunto de privaciones simultáneas en dimensiones clave del bienestar [**?**]. Para el caso de Colombia, el IPM incluye explícitamente dimensiones de educación (como la inasistencia escolar) y salud (como la mortalidad infantil y el aseguramiento en salud).

Dado que el IPM se construye a partir de estos indicadores, la política pública orientada a reducirlo debe enfocarse en mejorar los resultados directos en estas áreas, y no solo en el crecimiento económico [**?**].

Los Determinantes Fiscales y de Gestión Social

La lucha contra la pobreza multidimensional a nivel local, en el marco de la descentralización colombiana, depende fundamentalmente de dos fuerzas: la capacidad de generar recursos y la eficiencia en la gestión de esos recursos para proveer servicios.

1. **Determinantes Fiscales (Capacidad):** La autonomía financiera de un municipio es el pilar de su capacidad de acción. Los ingresos tributarios y no tributarios de libre destinación son los que permiten a un gobierno local cofinanciar programas, ampliar cobertura y responder a las necesidades específicas que las transferencias

nacionales no cubren [**?**]. La literatura sugiere que una mayor capacidad fiscal está asociada con una mejor provisión de bienes públicos, lo cual debería, en teoría, reducir las privaciones [**?**].

2. **Determinantes de Gestión Social (Resultados):** Tener dinero no garantiza el bienestar. El impacto real en la pobreza depende de la gestión social del gobierno, la cual se puede medir a través de indicadores de resultado [**?**]. En lugar de medir cuánto se gasta (inversión), este estudio analiza los resultados de esa gestión:

   - **Cobertura Neta en Educación:** Es el indicador de éxito por excelencia del sector educativo. Una alta cobertura neta es el mecanismo directo para mitigar las privaciones de ïnasistencia escolarz "bajo logro educativo"que mide el IPM [**?**].
   - **Tasa de Mortalidad Infantil:** Es uno de los indicadores más sensibles del funcionamiento del sistema de salud y las condiciones de saneamiento básico. Una baja tasa de mortalidad infantil está intrínsecamente ligada a las privaciones de salud del IPM.

El Vacío de Conocimiento y el Planteamiento del Problema

La literatura ha explorado la relación entre el gasto (inversión) y la pobreza. Sin embargo, existe un debate sobre si el gasto se traduce eficientemente en resultados. Este estudio busca cerrar esa brecha analizando la relación entre los resultados de la gestión (cobertura, mortalidad) y la capacidad fiscal real (ingresos) sobre el IPM.

Muchos municipios pueden tener altos ingresos, pero una baja gestión social, mientras que otros, con menos recursos, logran mejores resultados.

Pregunta de Investigación

> *¿En qué medida la capacidad fiscal (medida por los ingresos tributarios y no tributarios) y los resultados de la gestión social (medidos por la cobertura neta en educación y la tasa de mortalidad infantil) impactan de forma estadísticamente significativa la reducción del Índice de Pobreza Multidimensional (IPM) en los municipios colombianos?*

Hipótesis

H_0 (Hipótesis Nula): No existe una relación estadísticamente significativa entre los ingresos públicos, la cobertura en educación, la tasa de mortalidad infantil y la variación del IPM. (Es decir, $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$).

H_a (Hipótesis Alternativa): Existe una relación estadísticamente significativa entre al menos una de las variables (ingresos, cobertura en educación o tasa de mortalidad infantil) y el IPM. (Al menos un $\beta_j \neq 0$).

4. Metodología

Para este trabajo, se emplea un modelo de regresión lineal múltiple estimado por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), con el objetivo de identificar la relación econométrica entre el Índice de Pobreza Multidimensional (IPM) como variable dependiente, y las variables explicativas de capacidad fiscal y gestión social.

La muestra utilizada consiste en un corte transversal de 1.101 municipios colombianos, con datos consolidados para el periodo 2016-2023. La información fue extraída de las bases de datos oficiales del Departamento Nacional de Planeación (DNP) y del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

El procesamiento y análisis de los datos se realizaron utilizando el software estadístico Stata, estableciendo un nivel de significancia del 5 % para las pruebas de hipótesis.

Pruebas de Diagnóstico del Modelo

Para asegurar la validez, confiabilidad y la correcta estimación de los coeficientes, el modelo MCO se somete a un conjunto de pruebas de diagnóstico sobre los residuos, siguiendo los supuestos clásicos:

1. **Multicolinealidad:** Se analiza la presencia de colinealidad alta entre las variables independientes mediante el Factor de Inflación de la Varianza (VIF). Adicionalmente, se revisan las correlaciones entre los predictores.

2. **Heteroscedasticidad:** Se comprueba el supuesto de homoscedasticidad (varianza constante de los errores) a través de la prueba de Breusch-Pagan.

3. **Normalidad de los Residuos:** Se examina si los residuos siguen una distribución normal. Esto se evalúa gráficamente, utilizando histogramas y gráficos Q-Q (cuantil-cuantil), y se contrasta formalmente con la prueba de asimetría y curtosis (‘sktest‘ en Stata).

4. **Autocorrelación:** Aunque el estudio es de corte transversal, se aplica la prueba de Durbin-Watson como diagnóstico complementario para verificar la independencia de los errores.

Una vez validados los supuestos, se procede a la interpretación de los coeficientes estimados (β_j) y su significancia estadística, relacionando los resultados con la teoría expuesta.

Especificación del Modelo

El modelo econométrico a estimar se define por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} ipm_sisben_i = \beta_0 &+ \beta_1(lng11_itnt)_i \\ &+ \beta_2(r11_transicion)_i \\ &+ \beta_3(lnr21_mortalidad)_i + \epsilon_i \end{aligned}$$

Donde:

- ipm_sisben_i: Es el Índice de Pobreza Multidimensional del municipio i.

- $lng11_itnt_i$: Logaritmo de ingresos tributarios y no tributarios.
- $r11_transicion_i$: Tasa de transición o cobertura en educación.
- $lnr21_mortalidad_i$: Logaritmo de la tasa de mortalidad infantil.
- β_0: Es el intercepto o constante.
- $\beta_{1,2,3}$: Son los coeficientes de las variables independientes.
- ϵ_i: Es el término de error aleatorio.

Variables del Estudio

Siguiendo la estructura del modelo, las variables se definen como:

- **Variable Dependiente (Y):**
  - *ipm_sisben:* Índice de Pobreza Multidimensional (expresado como porcentaje).
- **Variables Independientes (X):**
  - *lng11_itnt:* Logaritmo de los ingresos municipales (tributarios y no tributarios).
  - *r11_transicion:* Cobertura Neta o Tasa de Transición en Educación (porcentaje).
  - *lnr21_mortalidad:* Logaritmo de la Tasa de Mortalidad Infantil.

Análisis de Resultados

Descripción de las variables

Cuadro 1: Descripción de las Variables del Modelo

Variable	Tipo	Descripción
Variable Dependiente		
ipm_sisben	Cuantitativa	**Índice de Pobreza Multidimensional.** Porcentaje de la población municipal que se encuentra en situación de pobreza multidimensional.
Variables Independientes		
lng11_itnt	Cuantitativa	**Logaritmo de Ingresos.** Logaritmo natural de los ingresos tributarios y no tributarios. Representa la capacidad fiscal.
r11_transicion	Cuantitativa	**Cobertura/Transición en Educación.** Porcentaje de la población en edad escolar que asiste a un establecimiento educativo.
lnr21_mortalidad	Cuantitativa	**Logaritmo de Mortalidad Infantil.** Logaritmo natural de la tasa de defunciones de menores de un año por cada 1.000 nacidos vivos.

Cuadro 2: Estadísticos descriptivos de las variables

Variable	Obs	Mean	Std. dev.	Min	Max
ipm_sisben	484	39.3416	16.52759	0	83.19858
lng11_itnt	484	12.56332	0.7514271	9.389608	15.48546
r11_transi˜n	484	39.72593	16.68762	0	100
lnr21_mort˜d	483	2.914518	0.3345463	2.186051	3.999118

- *Nota: Los nombres de las variables (ej. r11_transi˜n) son tomados directamente de la base de datos de Stata.*

Se analizan las variables del modelo, resaltando los hallazgos descriptivos para los 1.101 municipios colombianos incluidos en la muestra para el periodo 2016-2023. Los datos provienen del Departamento Nacional de Planeación (DNP) y del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

La Tabla 1 (presentada a ancho completo) detalla la descripción conceptual de cada variable utilizada en la regresión.

Análisis de Correlación

Cuadro 3: Matriz de correlación entre las variables

	ipm_si~n	**lng11_~t**	**r11_~n**	**lnr21_~d**
ipm_sisben	1.0000			
lng11_itnt	-0.4217	1.0000		
	0.0000			
r11_transicion	-0.4759	0.3344	1.0000	
	0.0000	0.0000		
lnr21_mortalidad	0.5525	-0.3464	-0.4941	1.0000
	0.0000	0.0000	0.0000	

- *Nota: La primera fila de cada par muestra el coeficiente de correlación, y la segunda fila (debajo) muestra el p-value asociado.*

El Cuadro 3 presenta la matriz de correlación de Pearson entre las variables del estudio. Observamos lo siguiente:

- **IPM y Ingresos (`lng11_itnt`):** Existe una correlación negativa y estadísticamente significativa de -0.4217 (p-value = 0.0000). Esto sugiere que a mayores ingresos municipales, menor es el índice de pobreza multidimensional, lo cual es consistente con la teoría.
- **IPM y Cobertura Educativa (`r11_transicion`):** La correlación también es negativa y significativa (-0.4759, p-value = 0.0000). Una mayor cobertura en educación está asociada con una menor pobreza, lo que valida el rol de la educación en la reducción de privaciones.
- **IPM y Mortalidad Infantil (`lnr21_mortalidad`):** Se presenta una correlación positiva y altamente significativa de 0.5525 (p-value = 0.0000). Esto indica que a mayor tasa de mortalidad infantil, mayor es la pobreza multidimensional, subrayando la importancia de la salud.
- **Correlaciones entre Independientes:** Se observan correlaciones moderadas entre las variables explicativas (ej., `lng11_itnt` con `r11_transicion` es 0.3344; `r11_transicion` con `lnr21_mortalidad` es -0.4941). Estas correlaciones no parecen ser excesivamente altas, pero serán evaluadas formalmente con el VIF en las pruebas de diagnóstico para descartar multicolinealidad severa.

Análisis de la Matriz de Dispersión

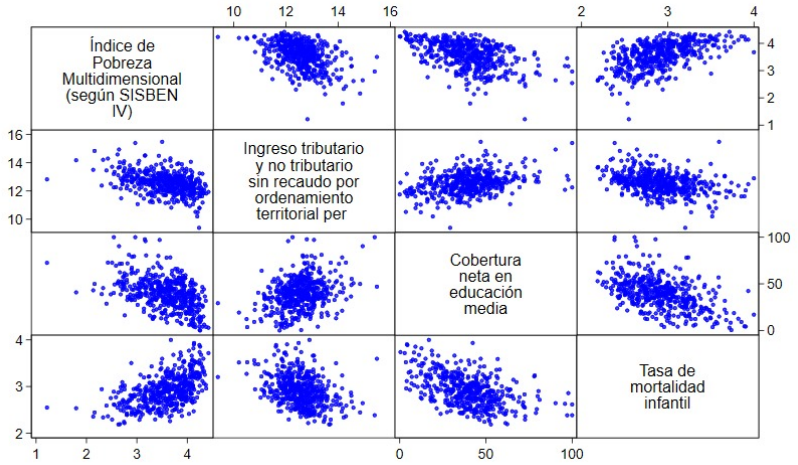

Figura 1: Matriz de gráficos de dispersión de las variables

La Figura 1 complementa el análisis de correlación al visualizar gráficamente las relaciones bivariadas entre las variables. Observando los gráficos de la primera fila (relacionando el Índice de Pobreza Multidimensional con cada variable explicativa), se puede inferir lo siguiente:

- **IPM vs. Ingresos (`lng11_itnt`):** El gráfico en la primera fila, segunda columna (IPM vs. lng11_itnt) muestra una tendencia descendente, lo que indica una relación negativa. A medida que los ingresos municipales (lng11_itnt) aumentan, los puntos de IPM tienden a dispersarse hacia valores más bajos, confirmando la correlación negativa observada en el Cuadro 3. Los puntos, aunque dispersos, sugieren que una mayor capacidad fiscal se asocia con menores niveles de pobreza multidimensional.
- **IPM vs. Cobertura en Educación (`r11_transicion`):** El gráfico en la primera fila, tercera columna (IPM vs. r11_transicion) también presenta una clara tendencia descendente. Esto refuerza la idea de que una mayor cobertura en educación está fuertemente relacionada con una disminución en el IPM, lo cual es vital para el desarrollo social y la reducción de las privaciones.
- **IPM vs. Mortalidad Infantil (`lnr21_mortalidad`):** En contraste, el gráfico en la primera fila, cuarta columna (IPM vs. lnr21_mortalidad) muestra una tendencia ascendente. A medida que la tasa de mortalidad infantil (lnr21_mortalidad) aumenta, el IPM también tiende a ser más alto. Esta relación positiva subraya cómo la salud y el bienestar infantil son componentes críticos de la pobreza multidimensional.

En resumen, la matriz de dispersión visualmente apoya los hallazgos de la matriz de correlación del Cuadro 3, mostrando las direcciones y la fuerza relativa de las relaciones entre las variables, lo cual es fundamental para el planteamiento de las hipótesis del modelo de regresión.

Análisis del Modelo de Regresión

Cuadro 4: Resultados de la Regresión Lineal (MCO)

ipm_sisben	**Coefficient**	**Std. err.**	**t**	**P>|t|**	**[95 % conf.**	**interval]**
lng11_itnt	-4.827582	.8455387	-5.71	0.000	-6.489005	-3.166159
r11_transicion	-.2137669	.0412756	-5.18	0.000	-.2948706	-.1326632
lnr21_mortalidad	18.22487	2.060681	8.84	0.000	14.17578	22.27397
_cons	55.32858	13.49085	4.10	0.000	28.82001	81.83715
Number of obs = 483				R-squared = 0.3981		
F(3, 479) = 105.62				Adj R-squared = 0.3944		
Prob >F = 0.0000				Root MSE = 12.828		

El Cuadro 4 (presentado a página completa) muestra los resultados de la estimación del modelo MCO.

1. Bondad de Ajuste del Modelo

La bondad de ajuste del modelo es robusta. El **R-cuadrado ajustado** (Adj R-squared) es de **0.3944**, lo que indica que las tres variables explicativas (ingresos, educación y mortalidad) logran explicar conjuntamente el **39.44 %** de la variabilidad en el Índice de Pobreza Multidimensional (`ipm_sisben`) de los municipios.

Además, el estadístico **F(3, 479) = 105.62**, con un **p-value (Prob >F) de 0.0000**, es altamente significativo. Esto nos permite rechazar la hipótesis nula (H_0) de que todos los coeficientes del modelo son conjuntamente nulos. El modelo es estadísticamente válido en su conjunto.

2. Interpretación de los Coeficientes

El análisis de los coeficientes individuales, todos estadísticamente significativos al 1 % (p-value <0.01), revela lo siguiente:

- **Ingresos (`lng11_itnt`):** El coeficiente es **-4.827**. Dado que es un modelo lin-log (Y es lineal, X es log), un aumento del 1 % en los ingresos tributarios y no tributarios del municipio está asociado con una **disminución de 0.048 puntos** porcentuales en el IPM (−4,827/100), ceteris paribus. La capacidad fiscal, por tanto, sí tiene un impacto negativo y significativo en la pobreza.
- **Educación (`r11_transicion`):** El coeficiente es **-0.213**. Siendo un modelo lin-lin, un aumento de 1 punto porcentual en la cobertura o tasa de transición educativa está asociado con una **disminución de 0.213 puntos** porcentuales en el IPM, ceteris paribus. Este es el impacto directo de la gestión social en educación.
- **Mortalidad Infantil (`lnr21_mortalidad`):** El coeficiente es **18.224**. Siendo un modelo lin-log, un aumento del 1 % en la tasa de mortalidad infantil está asociado con un **aumento de 0.182 puntos** porcentuales en el IPM (18,224/100), ceteris paribus. Esta es la variable con la relación positiva más fuerte, confirmando que la salud es un componente crítico del IPM.

- **Constante (`_cons`):** El intercepto de 55.32 es el valor esperado del IPM cuando las variables explicativas están en sus valores base (cero para educación, y 1 para las variables logarítmicas).

Estos resultados rechazan la hipótesis nula (H_0) y validan la hipótesis alternativa (H_a), ya que todas las variables presentan un impacto estadísticamente significativo sobre el IPM.

Pruebas de Diagnóstico (Análisis de Residuos)

A continuación, se evalúan los supuestos clave del modelo MCO para validar la confiabilidad de los estimadores obtenidos en el Cuadro 4.

1. Media de los errores igual a cero

Cuadro 5: Media de los Residuos

Variable	Obs	Mean	Std. dev.	Min	Max
resid	483	-0.168891	12.78927	-39.53806	34.61592

En un modelo MCO, uno de los supuestos clave es que el valor esperado del término de error, dado los valores de las variables explicativas, sea igual a cero ($E(u|x) = 0$). Esto garantiza que los estimadores obtenidos sean insesgados.

El Cuadro 5 (presentado a página completa) muestra el resumen estadístico de los residuos ('resid') del modelo. Observamos que la media del término de error es de **-0.168891**. Este valor es extremadamente cercano a cero, lo que nos permite afirmar que el supuesto se cumple satisfactoriamente.

2. Homoscedasticidad de los errores

Cuadro 6: Prueba de Breusch-Pagan / Cook-Weisberg

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroscedasticity
H0: Constant variance (Homoscedasticity)
Variables: fitted values of ipm_sisben
chi2(1) = 2.29
Prob >chi2 = 0.1298

La prueba de Breusch-Pagan / Cook-Weisberg para heteroscedasticidad (Cuadro 6) evalúa si la varianza de los errores es constante (homoscedasticidad) frente a la alternativa de que esta depende de las variables independientes.

La hipótesis nula (H0) es de varianza constante. En este caso, el estadístico chi-cuadrado es $\chi^2(1) = 2{,}29$, con un **p-value (Prob >chi2) = 0.1298**.

Dado que el p-value (0.1298) es mayor que el nivel de significancia estándar ($\alpha = 0{,}05$), no se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad. Esto sugiere que no hay evidencia significativa de heteroscedasticidad en el modelo y que la varianza de los errores es constante. Por lo tanto, se cumple el supuesto de homoscedasticidad, permitiendo realizar inferencias estadísticas válidas.

3. Análisis Gráfico de Residuos vs. Ajustados

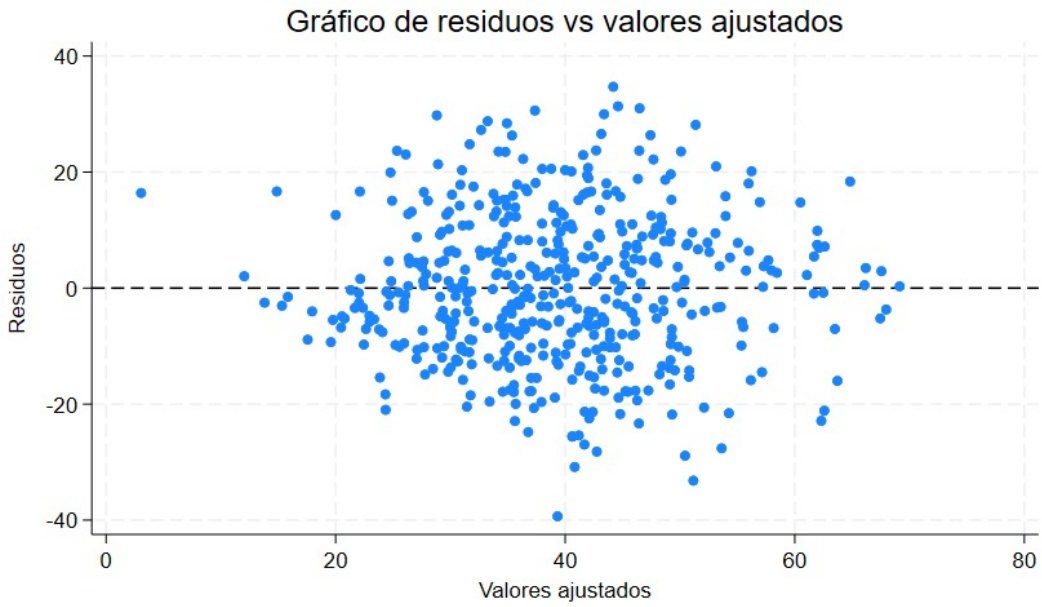

Figura 2: Residuos contra valores ajustados

La Figura 2 presenta el gráfico de dispersión de los residuos del modelo contra los valores ajustados (predichos) del IPM. Este gráfico es una herramienta visual clave para detectar la heteroscedasticidad y la correcta especificiación del modelo.

Como se puede observar, los puntos (residuos) se distribuyen de manera aleatoria alrededor de la línea horizontal en cero, sin mostrar un patrón sistemático evidente, como una forma de .embudo"(aumentando su dispersión a medida que aumentan los valores ajustados) o una Ü". Esta nube de puntos aleatoria refuerza visualmente la conclusión de la prueba de Breusch-Pagan (Cuadro 6): no existe un problema significativo de heteroscedasticidad y el supuesto de varianza constante se cumple.

4. Autocorrelación de los errores (Durbin-Watson)

Cuadro 7: Prueba de Durbin-Watson para autocorrelación

Prueba	**Durbin-Watson**
Grados de libertad	(4, 483)
Estadístico d	**1.592728**

El estadístico de Durbin-Watson (DW) se utiliza para detectar la autocorrelación de los residuos en un modelo de regresión. Aunque esta prueba es más común en series de tiempo, se reporta aquí como un diagnóstico complementario (Cuadro 7).

El valor obtenido es de **1.592728**. Un valor cercano a 2 sugiere que no hay una autocorrelación significativa en los residuos del modelo. Dado que 1.59 está razonablemente cerca de 2, podemos inferir que la suposición de independencia de los errores se cumple y no existe un problema grave de autocorrelación.

5. No colinealidad perfecta (Prueba VIF)

Cuadro 8: Prueba VIF (Factor de Inflación de la Varianza)

Variable	**VIF**	**1/VIF**
lnr21_mort~d	1.39	0.718357
r11_transi~n	1.38	0.726665
lng11_itnt	1.18	0.846014
Mean VIF	**1.32**	

La Prueba VIF (Factor de Inflación de la Varianza), cuyos resultados se ven en el Cuadro 8, se utiliza para evaluar la colinealidad entre las variables independientes. Un VIF alto indica que una variable tiene una colinealidad fuerte con otras variables, lo cual puede inflar la varianza de los coeficientes de regresión y dificultar la interpretación del modelo.

En este caso, los valores VIF para las variables son todos muy bajos (`lnr21_mort~d` = 1.39, `r11_transi~n` = 1.38, y `lng11_itnt` = 1.18), y el VIF medio es de 1.32. Dado que ningún valor supera el umbral comúnmente aceptado de 10 (o incluso 5), se concluye que no hay una colinealidad significativa entre las variables independientes.

6. Independencia Condicional del Término de Error

Cuadro 9: Matriz de Covarianza

	`ipm_si~n`	`lng11_~t`	`r11_tr~n`	`lnr21_~d`	`resid`
`ipm_sisben`	271.711				
`lng11_itnt`	-5.19578	.564456			
`r11_transi~n`	-128.943	4.13493	275.773		
`lnr21_mort~d`	3.04693	-.087074	-2.74515	.111921	
`resid`	165.082	-.024368	-2.43073	.049941	163.565

La independencia condicional del término de error respecto a las variables explicativas, expresada matemáticamente como $Cov(u|x) = 0$, implica que no hay correlación entre el término de error u y las variables independientes. Esto nos garantiza que los errores no contienen información sistemática sobre las variables independientes.

En el Cuadro 9 podemos apreciar la matriz de covarianza. Específicamente, observamos la fila de `resid` (el error) y sus covarianzas con las variables independientes:

- Cov(resid, lng11_itnt) = −0,024368

- Cov(resid, r11_transi˜n) = −2,43073
- Cov(resid, lnr21_mort˜d) = 0,049941

Vemos que la covarianza entre el error y las variables independientes es cercana a cero (especialmente comparado con la varianza de las variables, ej. Var(resid) = 163,565), lo que nos sugiere que el error es independiente de las variables explicativas. Este hecho apoya el supuesto de la independencia condicional, indicando que nuestros estimadores son confiables.

7. Kurtosis/normalidad de los errores

Cuadro 10: Prueba de normalidad de Skewness/Kurtosis

		Pruebas Individuales		Prueba Conjunta	
Variable	**Obs**	**Pr(skewness)**	**Pr(kurtosis)**	**Adj chi2(2)**	**Prob>chi2**
resid	483	0.3164	0.1935	2.70	0.2593

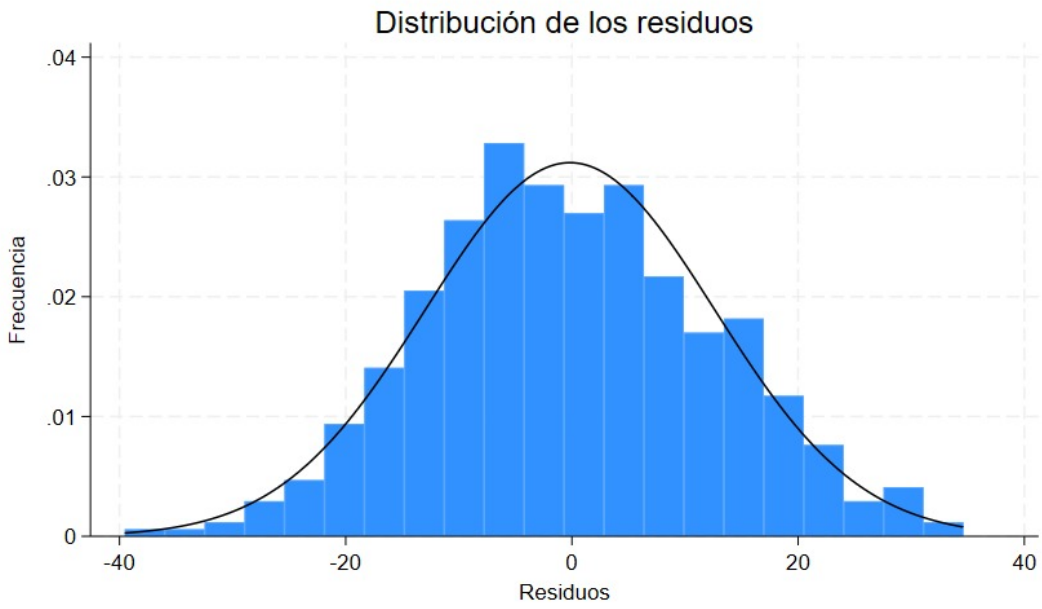

Figura 3: Gráfico de Histograma de los residuos

Hipótesis de la prueba de Jarque-Bera (ajustado):

- *Hipótesis nula (H_0):* Los datos siguen una distribución normal.
- *Hipótesis alternativa (H_a):* Los datos no siguen una distribución normal.

La prueba de asimetría y curtosis para normalidad (Cuadro 10) evalúa si los residuos del modelo siguen una distribución normal.

En este caso, la prueba reporta un p-valor de **0.3164** para la asimetría (skewness) y **0.1935** para la curtosis (kurtosis), lo que lleva al no rechazo de las hipótesis nulas individuales (de que la asimetría es cero y la curtosis es 3).

Tomando el valor conjunto ajustado, el estadístico chi-cuadrado es $\chi^2(2) = 2{,}70$, con un **p-valor de 0.2593**. Dado que este p-valor es mucho mayor que el nivel de significancia de 5 % ($\alpha = 0{,}05$), no se rechaza la hipótesis nula de normalidad. Esto sugiere que los errores se distribuyen normalmente, cumpliendo con el último supuesto clave del modelo MCO.

Además, el histograma de la distribución de los residuos (figura 3) muestra que los datos siguen una clara forma de campana (distribución Gaussiana), la cual se ajusta de manera casi precisa a la curva de distribución normal teórica superpuesta.

Se observa una notable simetría y una alta concentración de los residuos alrededor del valor central (cero), disminuyendo la frecuencia hacia las colas, lo que es característico de una distribución normal. La ausencia de sesgos significativos o patrones atípicos en el gráfico sugiere que el supuesto de normalidad de los residuos se cumple.

Este hallazgo es un indicador clave de la adecuación del modelo de regresión, ya que demuestra que no existen relaciones sistemáticas en los datos.

8. Análisis Gráfico de Normalidad (Kernel y Q-Q)

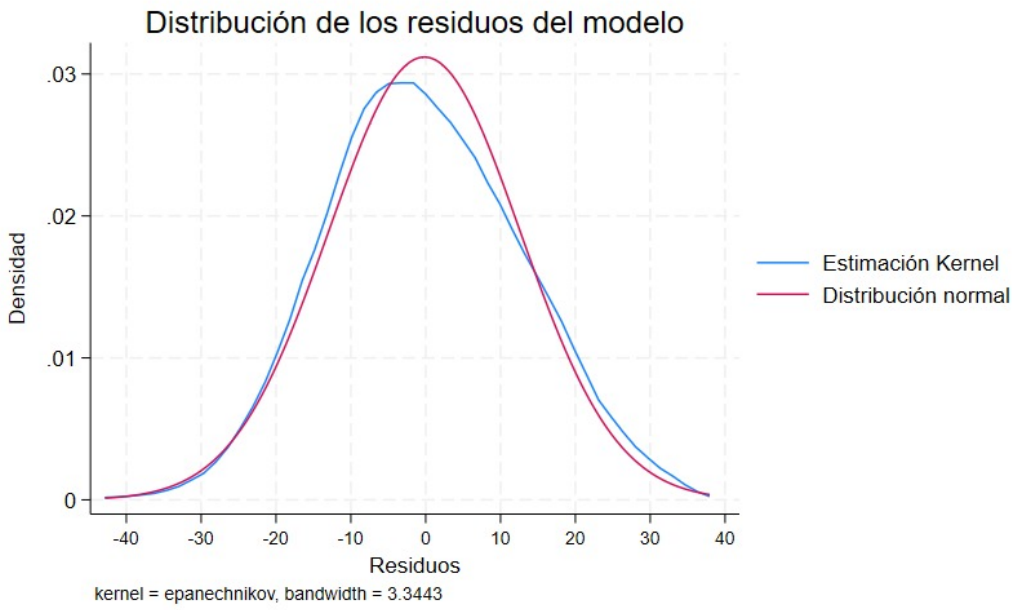

Figura 4: Distribución de los residuos (Estimación Kernel)

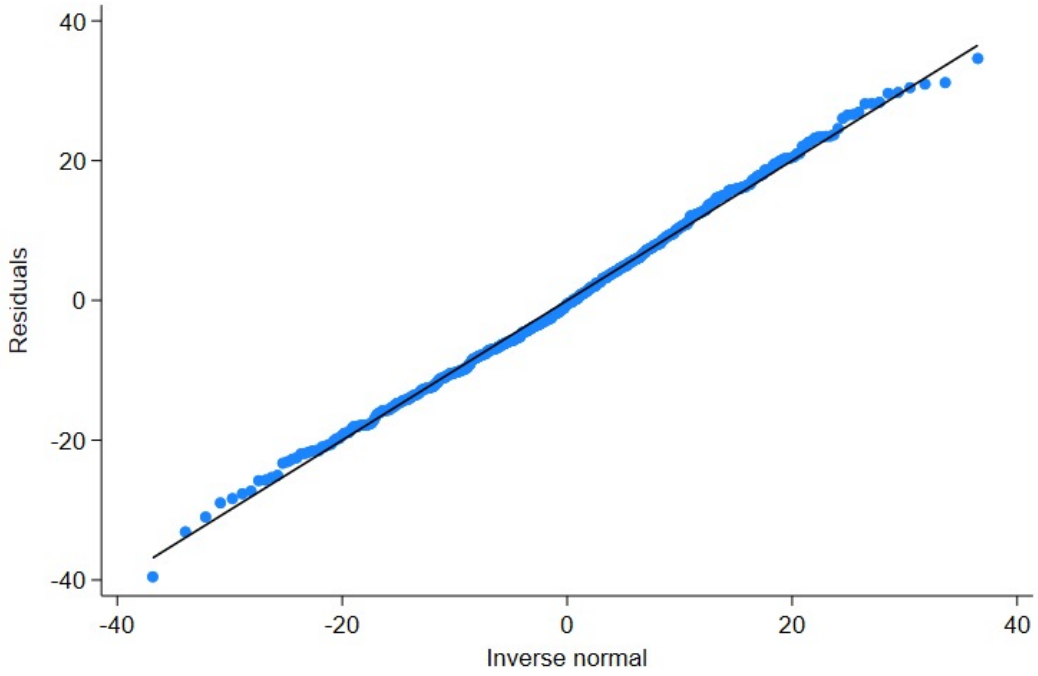

Figura 5: Gráfico Q-Q de Normalidad de Residuos

Las Figuras 4 y 5 ofrecen una validación visual del supuesto de normalidad, complementando la prueba `sktest`.

La Figura 4 muestra la Estimación de Densidad Kernel (línea azul) comparada con una distribución normal teórica (línea roja). Visualmente, la distribución de los residuos se asemeja fuertemente a una çampana de Gauss". La curva de densidad Kernel sigue de cerca la forma de la campana, y el histograma está centrado aproximadamente en cero y es razonablemente simétrico.

La Figura 5 presenta el gráfico Q-Q (Quantile-Quantile), que compara los cuantiles de los residuos del modelo con los cuantiles de una distribución normal teórica. Si los residuos son normales, los puntos deben alinearse perfectamente sobre la línea diagonal. En este caso, observamos que los puntos azules se ajustan casi perfectamente a la línea de referencia, con solo ligeras desviaciones en los extremos (colas).

Ambos gráficos confirman visualmente la conclusión del Cuadro 10: no hay una desviación severa de la normalidad, y el supuesto se cumple.

Conclusiones

*B*asado en los resultados del modelo de regresión, que ha superado satisfactoriamente todas las pruebas de diagnóstico de los supuestos clásicos, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. Se valida la hipótesis alternativa (H_a). Existe una relación estadísticamente significativa entre los determinantes fiscales y de gestión social, y el Índice de Pobreza Multidimensional en los municipios de Colombia.

2. Los indicadores de gestión social (cobertura en educación y mortalidad infantil)

demuestran ser determinantes robustos y con un alto poder explicativo sobre la pobreza multidimensional, tal como se esperaba teóricamente.

3. La capacidad fiscal (ingresos municipales) también es un factor relevante, aunque su impacto individual (elasticidad) es menor en comparación con los indicadores de resultado social. Esto sugiere que la sola posesión de recursos no garantiza una reducción de la pobreza si no se traduce en una gestión eficiente que mejore directamente los indicadores de salud y educación.

Referencias